۱ مقدمه

۱-۱ نظریه بازی ها

نظریه بازی‌ها مجموعه‌ای از ابزارهای تحلیلی است که در فهم پدیده‌هایی که در هنگام برهم‌کنش میان تصمیم گیرندگان مشاهد می‌کنیم کمک می‌کند. دو فرض اساسی در نظریه بازی‌ها این است که اولاً تصمیم گیرندگان به دنبال اهداف خوب تعریف شده برونزا[۱] (تصمیم گیرندگان *عقلانی* هستند) می‌باشند و دوم اینکه تصمیم گیرندگان دانش و پیشبینی رفتار سایر تصمیم گیرندگان (تصمیم گیرندگان *استدلاهای استراتژیک* دارند) را در نظر می‌گیرند.

مدل‌های نظریه بازی‌ها صورتی کاملاً مجرد از دسته شرایط مختلف دنیای واقعی هستند. این صورت مجرد امکان استفاده از آنها را در مطالعه بسیاری از پدیده‌ها میسر می‌سازد. برای مثال، نظریه تعادل نَش (فصل دوم) به منظور مطالعه انحصار چند-جانبه و رقابت‌های سیاسی به کار گرفته شده است. نظریه تعادل استراتژی‌های آمیخته (فصل سوم) در مطالعه چرایی توزیع-های طول زبان زنبورها و بلندی پرچم گل‌ها بکار رفته است. با استفاده از نظریه بازی‌های تکرار شونده (فصل هشتم) نیز می-توان به توضیح پدیده‌های اجتماعی از جمله ترس و وفای به عهد پرداخت؛ همچنین با نظریه مرکز[۲] (فصل سیزدهم) می‌توان این واقعیت را آشکار نمود که برآمد حاصل از خرید و فروش با یک سیستم قیمتی[۳] در یک اقتصاد با تعداد زیادی عامل[۴] درگیر پایدار خواهد ماند.

مرز بین نظریه محض و کاربردهای نظریه بازی‌ها نامشخص است، توسعه نظری محض در اغلب موارد ناشی از مسایل و علایق عملی بوده است. به هر جهت، ما معتقدیم چنین تقسیم بندی بین نظریه محض و کاربردهای آن در نظریه بازی‌ها می-توان انجام داد. از اینرو مطالب کتاب حاضر در حوزه نظری محض ارائه می‌گردد، هرچند که نویسندگان براین باور هستند که مطالب این کتاب علاقه‌مندان به مسائل کابردی نظریه بازی‌ها را نیز به خود جذب خواهد کرد. در واقع هنر کاربرد مدل‌های محض در شرایط واقعی می‌باید موضوع کتاب دیگری قرار گیرد.

---

[۱] exogenous
[۲] Core
[۳] Price system
[۴] agent

نظریه بازی‌ها به منظور بیان ایده‌هایش به صورت دقیق از ریاضیات استفاده می‌کند. معهذا ایدهای نظریه بازی‌ها که ما در پی توضیح آنها هستیم *اصولاً* ریاضی نیستند؛ در واقع می‌توان کتابی به رشته تحریر در آورد که با وجود محتوای یکسان با کتاب حاضر از ریاضیات استفاده نکرده باشد. صورت بندی ریاضی این امکان را به وجود می‌آورد که مفاهیم به دقت تعریف و در کنار آن تحقیق سازگاری ایدها و همچنین کاوش در دلالت فرضیات به آسانی انجام گیرد. از این رو سبک نگارش ما به شیوه منظمِ ریاضی‌وار خواهد بود: ما تعاریف و نتایج آنها را به دقت بیان می‌نماییم، و در کنار آن انگیزه‌های شهودی و تعابیر مفاهیم را خواهیم آورد.

استفاده از مدل‌های ریاضی در نظریه بازی‌ها شاخه مستقلی در ریاضیات به وجود آورده. اما در این کتاب ما نظریه بازی را نه به عنوان یک شاخه از ریاضیات بلکه به عنوان یکی از علوم اجتماعی که به فهم رفتار برهم‌کنشی تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند مورد بررسی قرار می‌دهیم. ما در پی ارائه شرح مبسوطی از نکات و جذبه‌های ریاضی نیستیم و فقط هنگامی نتایج جالب توجه ریاضی را مد نظر خواهیم داد که شهود آنها را تایید گرداند.

۲-۱ بازی ها و راه حل ها

یک بازی توصیفی از برهمکنش‌های استراتژیک میان بازیگران می‌باشد که دربرگیرنده حرکت‌های[۵] است که آنها در غالب محدودیت ها و علایقشان *می‌توانند* انتخاب نمایند، می‌باشد. اما در این مدل به طور مشخص حرکت‌های که بازیگران *انجام* می‌دهند را مشخص نمی‌نماید. یک *راه حل* توصیفی سیستماتیک از برآمدها[۶] است که در یک خانواده از بازی‌ها نمایان شده است. نظریه بازی‌ها راه حل‌های مستدلی را برای هر دسته از بازی‌ها پیشنهاد و خواص آن را می‌آزماید.

ما چهار دسته از مدلهای نظری بازی‌ها که عناوین چهار بخش اصلی این کتاب هستند را مورد مطالعه قرار خواهیم داد: بازی‌های استراتژیک (قسمت اول)، بازی‌های دامنه‌دار با اطلاعات کامل و یا بدون آن (قسمت دوم و سوم) و بازی‌های ائتلافی (قسمت چهارم). در اینجا به توضیح ابعاد مختلفی این تقسیمبندی خواهیم پرداخت.

بازی‌های غیر تعاونی و تعاونی

در تمامی مدل‌های نظری بازی موجودیت[۷] اصلی یک *بازیگر* است. یک بازیگر را می‌تواند به فرم یک فرد و یا یک گروه از افراد که تصمیم می‌گیرند تعبیر نمود. در تعریف مجموعه بازیگران، می‌باید میان دو نوع از مدل‌ها تفاوت قایل شویم: مدل‌هایی که در آن مجموعه حرکت‌های ممکن *افراد* بازیگر، اصل پایه‌ای در تحلیل بازی می‌باشند (قسمت‌های اول، دوم و سوم کتاب حاضر) و در مقابل مدل‌هایی که مجموعه توام حرکات ممکن *گروه* بازیگران، اصل پایه‌ای در بازی باشند (قسمت چهارم کتاب حاضر). گاهی به مدل‌های نوع اول "غیر تعاونی" و نوع دوم "تعاونی" گفته می‌شود (هر چند که این اصطلاحات بیانگر مطلوب اختلافات میان این مدل‌ها نیستند).

تعداد صفحاتی که به این دو شاخه اختصاص داده‌ایم این نکته را بازگو می‌نمایید که اکثر تحقیقات در سال‌های اخیر در زمینه بازی‌های غیر تعاونی بوده است؛ این مساله بیانگر ارزیابی ما از اهمیت نسبی یکی از این دو شاخه نیست. بطور خاص، ما

---

۵ Actions

۶ outcomes

۷ entity

با بعضی از مولفان که مدل‌های غیر تعاونی را ساده‌تر از انواع تعاونی می‌داند هم عقیده نیستیم؛ به عقیده ما هیچ کدام از این دو گروه ساده‌تر و پایه‌ای‌تر از دیگری نیست.

بازی‌های استراتژیک و بازی‌های دامنه‌دار

در قسمت اول کتاب حاضر مفهوم بازی استراتژیک و در قسمت‌های دوم و سوم مفاهیم بازی دامنه‌دار را مورد بحث قرار می‌دهیم. بازی استراتژیک یک مدل از شرایطی است که هر یک از بازیگران طرح حرکت خود را یک بار و برای همیشه، انتخاب می‌کنند و در آن بازیگران توأماً تصمیم می‌گیرند (یعنی، در زمان انتخاب حرکت هیچ یک از بازیگران از حرکت‌های انتخابی دیگران اطلاعی ندارند). از سوی دیگر، در مدل بازی دامنه دار می‌توان ترتیب ممکنی از پیشامدها را مشخص کرد؛ هر بازیگر می‌تواند طرح عمل خود را نه تنها در ابتدا بلکه در هر زمان که تصمیم گیری لازم باشد مورد بازبینی قرار دهد.

بازی‌ها با اطلاعات کامل و نا کامل

سومین تفاوتی که بین مدل‌های ارائه شده در قسمت دوم و سوم کتاب حاضر، این نکته است که در مدل‌های قسمت دوم شرکت کنندگان اطلاعات کاملی از حرکات دیگران دارند، اما در مقابل مدل‌های قسمت سوم بازیگران از حرکات دیگران کاملاً مطلع نیستند. دسته اول دامنه ادبیات وسیع و قدمت بیشتری دارند. گروه مدل‌های دوم به طور فشرده از دههٔ هشتاد میلادی به بعد توسعه یافته‌اند؛ در این کتاب نه به دلیل کم اهمیت و یا غیر واقعی بودن آنها بلکه به واسطه جوان بودن این تحقیقات بر روی این دسته کمتر تاکید شده است.

۱-۳ نظریه بازی‌ها و نظریه تعادل رقابتی

به منظور درک شیوه تحلیل نظریه بازی‌ها، آن را در مقابل شیوه تحلیل نظریه تعادل رقابتی که در اقتصاد استفاده می‌گردد قرار می‌دهیم. عکس العمل‌های تصمیم گیرندگان برای رسیدن به پیش نیازهای تصمیم و بدست آوردن اطلاعاتی در مورد رفتار دیگر بازیگران پایه استدلال در نظریه بازیهاست. در حالی که پایه استدلال نظریه تعادل رقابتی علاقمندی هر یک از عامل‌ها به بعضی متغیرهای محیطی(به مانند قیمت) می‌باشد، حتی زمانی که این نوع متغیرها محیطی حاصل عمل جمعی عامل‌ها[۸] درگیر باشند.

به منظور روشن شدن تفاوت‌های این دو نظریه، محیطی را در نظر بگیرید که میزان یک فعالیت (به مانند ماهیگیری) وابسته به سطح آلودگی در آن محیط است، که در واقع سطح آلودگی به میزان فعالیت تمامی عامل‌ها مربوط می‌باشد. در تحلیل رقابتی این شرایط ما به دنبال مقدار سطح آلودگی در حالتی که میزان فعالیت هر یک عامل‌ها از پیش تعیین شده است هستیم. در مقابل، تحلیل و رویکرد نظریه بازی‌ها از چنین شرایطی در تعیین سطح فعالیت بهینه هر یک از بازیگران با توجه به تخمین هریک از آنها از مجموع آلودگی تولید شده در محیط می‌باشد.

---

[۸] Agents

۴-۱ رفتار عقلانی

در مدل‌هایی که مورد مطالعه قرار خواهیم داد فرض بر این است که هر تصمیم گیرنده " عقلانی " است. به عبارتی دیگر او از سایر گزینه‌ها آگاه است، روشی برای تخمین هر مجهولی دارد، اولویت‌های روشنی دارد و انتخاب حرکت خود را آگاهانه از روی یک فرآیند بهینه سازی انجام می‌دهد. با فرض نبود عدم قطعیت اجزای زیر یک مدل انتخاب عقلانی را شکل می‌دهند.

- یک مجموعه A از *حرکت‌ها* که تصمیم گیرنده از میان آنها انتخاب می‌نماید.
- یک مجموعه C از *نتایج* ممکن این حرکت‌ها.
- یک *تابع نتایج* به صورت $g: A \to C$ که هر عمل را به نتیجه آن می‌برد.
- یک *رابطه اولویت*[۹] (رابطه کاملِ بازتابی و برگشتی دودویی) به صورت $\succsim$ که بر روی مجموعه C تعریف گشته.

گاهی اولویت‌های تصمیم‌گیرنده به صورت یک تابع مطلوبیت $U: C \to \mathbb{R}$ مشخص می‌شوند که رابطه الویت $\succsim$ با شرط $x \succ y$ اگر و تنها اگر $U(x) \geq U(y)$ تعریف می‌گردد.

در هر مجموعه $B \subseteq A$ از حرکت‌های که در یک مساله خاص شدنی باشند، یک *تصمیم گیرنده عقلانی* عمل a^* که شدنی (مرتبط با B) و بهینه باشد را به صورت $g(a^*) \succsim g(a)$ برای تمامی $a \in B$ انتخاب می‌نماید؛ به بیان دیگر او مساله $\max_{a \in B} U(g(a))$ را حل می‌نماید.

سودمندی این مدل تصمیم‌گیرنده بر اساس فرض یکسانی استفاده رابطه اولویت وقتی که فرد از مجموعه های مختلف B انتخاب می‌نماید می‌باشد.

در مدل‌های مورد مطالعه ما اغلب تصمیم‌گیرندگان مجبور به تصمیم‌گیری در شرایط غیر قطعی هستند. در چنین شرایطی هر بازیگر ممکن است:

- درباره متغیرهای عینی محیطی دچار شک باشد.
- در مورد اتفاقات هنگام بازی کاملاً مطلع نباشد.
- درباره حرکات غیر حتمی دیگران دچار شک باشد.
- درباره شیوه استدلال دیگران دچار شک باشد.

تقریباً در تمامی مدل‌سازی‌های تصمیم‌گیری در نظریه بازی‌ها تحت شرایط غیر قطعی، از نظریه فُن‌نیومن و مُورگِسترون (۱۹۴۴)[۱۰] و سَوِج (۱۹۷۲)[۱۱] استفاده می‌شود. فرم کلی این نظریه به این صورت است که، اگر تابع نتایج به صورت تصادفی بوده و تصمیم‌گیرنده از آن مطلع باشد (مثلاً برای هر $a \in A$ تابع نتایج $g(a)$ یک لاتاری[۱۲] (توزیع احتمال) بر روی C است) آنگاه فرض می‌توان کرد که تصمیم‌گیرنده رفتاری به منظور بیشینه‌سازی ارزش انتظاری (*مطلوبیت فُن‌نیومن و مُورگِسترون*) این تابع که هر مقداری را به نتیجه‌ای نسبت می‌دهد دارد. اگر چنین رابطه تصادفی بین حرکت‌ها و نتایج داده نشده باشد، فرض می‌شود که تصمیم‌گیرنده رفتاری براساس توزیع احتمالی ذهنی‌اش که هر عمل را به نتیجه‌ای مرتبط می‌کنند انجام می‌دهد. در چنین شرایطی فرض می‌شود تصمیم‌گیرنده بر اساس فضای حالات[۱۳] ذهنیِ Ω، که یک اندازه بر روی

---

[۹] Preference relation

[۱۰] Morgenstern and von Neumann (1944)

[۱۱] Saveg (1972)

[۱۲] Lottery

[۱۳] State Space

Ω است و تابع [نتایجی] به صورت $g:A\times\Omega\to C$ و تابع مطلوبیتی به فرم $u:C\to\mathbb{R}$ رفتار خواهد نمود؛ می‌توان فرض کرد او حرکت a را با توجه به اندازه احتمال آن طوری انتخاب می‌نماید که مقدار انتظاری $u(g(a,\omega))$ بیشینه گردد.

ما در این کتاب به دنبال توضیح فرضیاتی که شالوده نظری تصمیم‌گیرنده عقلانی را می‌سازند نیستیم. معهذا، به برخی از نکاتی که روانشناسان آزمونگرا در حملات خود به این فرضیات عنوان داشته و یا محدودیت‌هایی را در کاربردهای آنها آشکار کرده‌اند، اشاره خواهیم نمود.

۱-۵ تعابیر فضای حالت و استنتاجی

دو تعبیر متضاد از [مفهوم] راه‌حل در بازی‌های استراتژیک و دامنه‌دار وجود دارد. تعبیر *فضای حالت* (یا آنچنانکه بینمور(۱۹۸۸/۱۹۸۷) [۱۴] آن را متحول شونده[۱۵] نامیده) بسیار نزدیک به مفهوم متعارف آن در اقتصاد می‌باشد. نظریه بازی‌ها، به مانند علوم دیگر، با اصول بنیادی طبیعی در ارتباط است. کارنَپ (۱۹۶۶، ص۳)[۱۶] این مساله را این گونه عنوان کرده، "مشاهداتی که ما از زندگی روزمره انجام می‌دهیم به مثابه مشاهدات نظامند علمی برای آشکار ساختن تکرار پذیری‌های مسلم و اصول بنیادی در جهان است. ... قوانین علم چیزی جز بیان این اصول بنیادی با حداکثر دقت ممکن نیستند." در تعبیر فضای حالت از بازی، بازی به صورت یک مدل طراحی شده در یک دسته شرایط مشابه که منظور توصیف برخی اصول بنیادی مورد استفاده قرار می‌گیرد تلقی می‌شود. هر شرکت کننده از تعادل "آگاه" است و بهینه‌گی رفتارش را از روی این دانش که از تجربیات طولانی بدست آمده است می‌آزماید. در مقابل، رویکرد *استنتاجی* (یا به گفته بینمور، آموختنی) برداشتی بسته از یک بازی دارد، و شبیه به یک واقعه یگانه به آن می‌نگرد، در این تعبیر تلاش می‌شود محدودیت‌هایی که به واسطه عقلانیت بر نتایج حرکت‌ها می‌گردد، آشکارشوند؛ فرض می‌شود هر بازیگر مقایسه می‌کند که چگونه سایر بازیگران رفتار ساده‌ای از روی اصول عقلانیت دارند. ما تلاش می‌کنیم که از خِلت بین این دو رویکرد که به تناوب در نظریه بازی ظهور می‌نماید دوری جویم.

۱-۶ عقلانیت محدود شده

وقتی در زندگی واقعی از بازی‌ها صحبت می‌کنیم اکثراً به ناهمگونی میان توانایی‌های افراد در بازی توجه می‌نماییم. برای مثال، ممکن است برخی از بازیگران درک واضحی از شرایط و یا توانایی بیشتری در تحلیل آن داشته باشند. تا کنون این تفاوت‌ها، که بسیار مهم در زندگی می‌باشند، در چهارچوب فعلی نظریه بازی مورد توجه قرار نگرفته اند.

به منظور آشکار شدن نتایج این مطلب، بازی شطرنج را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در بازی واقعی شطرنج بازیگران از لحاظ دانشِ حرکت‌های ممکن و توانایی تحلیل شرایط متفاوت می‌باشند. از سویی دیگر، وقتی شطرنج را با نظریه بازی‌های فعلی مدل سازی می‌نماییم، می‌باید فرض شود که دانشِ بازیگران از قوانین و حرکت‌های ممکن کامل و توانایی آنان در تحلیل شرایط ایده‌آل است. نتایجی که ما در فصول ۲ و ۶ (قضیه‌های ۲-۲۲ و ۲-۹۹) اثبات می‌نماییم دلالت بر بدیهی بودن راه‌حل در بازی شطرنج برای بازیگران "عقلانی" دارد، به این معنی که: می‌توان اثبات کرد که یک الگوریتم یافتن راه‌حل برای این بازی وجود دارد. این الگوریتم یک جفت استراتژی تعریف می‌گرداند، هر کدام برای یک بازیگر، که به "تعادل" برآمد می‌انجامد با این مشخصه که بازیگری که از این استراتژی پیروی نماید می‌تواند مطمئن باشد که دست‌کم برآمد نهایی بدست آمده به خوبی

---

[۱۴] Binmore (1987/88)

[۱۵] evaluative

[۱۶] Carnap (1966, p.3)

تعادل برآمد[۱۷] [محاسبه شده با الگوریتم مذبور] است و به استراتژی بازیگر دیگر مرتبط نیست. با این حال، شطرنج یک بازی بسیار محبوب و جالب توجه می‌باشد که تاکنون نتیجه تعادل آن محاسبه نگشته است؛ در حال حاضر چنین کاری با استفاده از الگوریتم غیر ممکن است. برای مثال، حتی اگر نشان داده شود که بازیگر سفید استراتژی بردی دارد ممکن است انسان نتواند آن استراتژی را کشف و پیاده سازی نماید. در نتیجه مدل مجرد بازی شطرنج امکان استنتاج واقعیتی اساسی درمورد این بازی را فراهم می‌نماید، از طرف دیگر این مدل عنصر مهم تعیین کننده برآمد یک بازی واقعی را که همان"توانایی" بازیگران می‌باشد را حذف می‌نماید.

مدل‌سازی عدم تقارن در توانایی‌ها و فهم بازیگران مختلف چالش مهم تحقیقات آینده خواهد بود که مدل‌های عقلانیت محدود شده به منظور حل این مساله آغاز گشته‌اند.

۷-۱ اصطلاحات و نمادگزاری

فرض ما آشنایی مختصر خواننده با نتایج ریاضی می‌باشد، در این کتاب از استدلال استقرایی استفاده خواهد شد. نماد گزاری و تعاریف ریاضی ما در این کتاب مشابه دیگر کتب است، اما برای جلوگیری از ابهام برخی از آنها را در اینجا ذکر می‌نماییم.

مجموعه اعداد حقیقی با $\mathbb{R}$، مجموعه غیر منفی از این اعداد با $\mathbb{R}_+$، مجموعه بردارهای n عدد حقیقی با $\mathbb{R}^n$ و مجموعه بردارهای n عدد حقیقی مثبت با $\mathbb{R}_+^n$ نشان داده شده است. برای $x \in \mathbb{R}^n$ و $y \in \mathbb{R}^n$ عبارت $x \geq y$ به معنی $x_i \geq y_i$ برای هر $i = 1,\ldots,n$ و عبارت $x > y$ به معنی $x_i > y_i$ برای هر $i = 1,\ldots,n$ می‌باشد. ما به تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *صعودی* می‌گویم اگر $x > y$ آنگاه $f(x) > f(y)$ باشد و *غیر نزولی* می‌نامیم اگر $x \geq y$ آنگاه $f(x) \geq f(y)$ باشد. تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *مقعر* است اگر $f(\alpha x + (1-\alpha)x') \geq \alpha f(x) + (1-\alpha) f(x')$ برای تمامی $x \in \mathbb{R}$ و تمامی $x' \in \mathbb{R}$ و برای هر $\alpha \in [0,1]$ صحیح باشد. با فرض تابع $f : X \to \mathbb{R}$ به $\arg\max_{x \in X} f(x)$ مجموعه بیشینه سازهای تابع f خواهیم گفت؛ برای هر $Y \subseteq X$ با استفاده از نماد $f(Y)$ مجموعه $\{f(x) : x \in Y\}$ را مد نظر داریم.

در تمامی کتاب N به عنوان مجموعه بازیگران آورده شده است. همچنین به مجموعه‌ای از متغیرهای برای هر بازیگر نیز *نما*[۱۸] می‌گویم؛ این نما را به صورت $(x_i)_{i \in N}$ نشان خواهیم داد در شرایطی که سور $i \in N$ مشخص شده باشد به آسانی نمای بازیگر i را با x_i مشخص می‌نماییم. برای هر نمای $x = (x_j)_{j \in N}$ و هر $i \in N$ آنگاه x_{-i} به صورت لیست $(x_j)_{j \in N \setminus \{i\}}$ از نما x برای تمامی بازیگران بجز i تعریف می‌نماییم. با فرض لیست $(x_j)_{j \in N \setminus \{i\}}$ و جز $(x_i)_{i \in N}$ عبارت (x_{-i}, x_i) بر نمای $(x_i)_{i \in N}$ دلالت می‌نماید. اگر X_i مجموعه‌ای از هر $i \in N$ آنگاه X_{-i} نشانگر مجموعه $\times_{j \in N \setminus \{i\}} X_j$ خواهد بود.

رابطه دودویی $\succsim$ روی مجموعه A کامل است اگر $a \succsim b$ یا $b \succsim a$ برای هر $a \in A$ و $b \in A$ باشد، بازگشتی است اگر $a \succsim a$ برای هر $a \in A$ باشد و تَرایاست اگر $a \succsim b$ و $b \succsim c$ آنگاه $a \succsim c$ بوده باشد. *رابطه اولویت* یک رابطه دودویی کامل بازتابی و ترایایست. اگر $a \succsim b$ باشد اما $b \succsim a$ نباشد آنگاه رابطه را $a \succ b$ می‌نویسیم؛ اگر $a \succsim b$ و $b \succsim a$ هر دو صحیح باشند آنگاه عبارت $a \sim b$ را خواهیم نوشت. رابطه الویت روی A *پیوسته* است اگر $a \succsim b$ باشد آنگاه می‌بایست دنباله‌های $(a^k)_k$ و $(b^k)_k$ که به ترتیب a و b همگرا هستند، برای هر k رابطه $a^k \succsim b^k$ وجود داشته باشد. رابطه الویت $\succsim$ بر روی $\mathbb{R}^n$ *شبه مقعر* می‌باشد اگر برای هر $b \in \mathbb{R}^n$ مجموعه $\{a \in \mathbb{R}^n : a \succsim b\}$ محدب باشد؛ و یا *مطلقاً شبه مقعر* است اگر مجموعه مذکور مطلقاً محدب باشد.

---

[۱۷] Equilibrium outcome

[۱۸] Profile

در صورتی که X یک مجموعه باشد $|X|$ بیانگر تعداد اعضای آن مجموعه خواهد بود. به تمامی زیر مجموعه‌های مجزا از همی که اجتماع آنها X را می‌سازد یک *افراز* از X می‌نامیم. در شرایط متناهی بودن مجموعه N و برقراری $X \subseteq \mathbb{R}^n$، آنگاه $x \in X$ *کارای پارتو* است اگر هیچ $y \in X$ وجود نداشته باشد که در آن برای تمامی $i \in N$ نامساوی $y_i > x_i$ برقرار باشد؛ همچنین $x \in X$ *کارای قوی پارتو* است اگر هیچ $y \in X$ وجود نداشته باشد که در آن برای تمامی $i \in N$ نامساوی $y_i \geq x_i$ برقرار بوده و برای تعدادی از $i \in N$ نامساوی $y_i > x_i$ نیز برقرار باشد.

یک *اندازه احتمال* μ روی مجموعه متناهی (یا شمارای) X یک تابع جمع پذیر است که یک عدد حقیقی نامنفی به هر زیر مجموعه از X (که در شرایط مجزا بودن دو زیر مجموعه C و B از X، آنگاه $\mu(B \cup C) = \mu(B) + \mu(C)$) نسبت دهد و شرط $\mu(X) = 1$ را برقرار گرداند. در بعضی از حالات ما با اندازه‌های احتمال برروی مجموعه‌های کار خواهیم نمود که لزوماً متناهی نیستند. در این شرایط چنانچه شما با اینگونه اندازه‌های آشنایی ندارید اگر تنها با فرض متناهی بودن مساله را مورد توجه قرار دهید چیز زیادی را از دست نخواهید داد؛ برای مطالعه تعریف کلی از اندازه‌های می‌توان، برای مثال، به چنگ(۱۹۷۴، فصل دوم)[۱۹] مراجعه نمایید.

یادداشت ها

فُن‌نِیومن و مُورگِسترون (۱۹۴۴)[۲۰] یک اثر کلاسیک در نظریه بازی‌ها است. لوئیس و رایفا (۱۹۵۷)[۲۱] یک کتاب درسی اولیه در نظریه بازی‌های می‌باشد؛ هر چند که اکنون قدیمی است اما حاوی توضیحات بسیار عالی در مورد مفاهیم اولیه نظریه می-باشد. شلینگ (۱۹۶۰)[۲۲] برخی از ایده‌های نظریه را بدون بکار بردن مباحث ریاضی به خوبی توضیح داده.

از جمله کتاب‌های اخیر که تقریباً مباحث کتاب حاضر را در سطحی یکسان پوشش می‌دهند می‌توان: شوبیک (۱۹۸۲)[۲۳]، مولین (۱۹۸۶)[۲۴]، فیریدسون (۱۹۹۰)[۲۵]، کیریپس (۱۹۹۰a، قسمت سوم)[۲۶]، فاندنبرگ و تریل (۱۹۹۱a)[۲۷]، میرسون (۱۹۹۱)[۲۸]، وَن دام (۱۹۹۱)[۲۹] و بینمور (۱۹۹۲)[۳۰] اشاره نمود. گیبونز (۱۹۹۲)[۳۱] نیز یک مقدمه ساده در مورد نظریه بازی‌ها محسوب می‌شود.

آمِن (۱۹۸۵b)[۳۲] حاوی مباحث اهداف و دستاوردهای نظریه بازی‌ها می‌باشد و همچنین آمِن (۱۹۸۷b)[۳۳] نظریه بازی‌ها را از زاویه تاریخی توضیح می‌دهد. بینمور (۱۹۸۸/۱۹۸۷)[۳۴] یک بحث انتقادی در باب نظریه بازی‌هاست که به تمایزات بین تعابیر

---

۱۹ Chung (1974, Ch. 2)
۲۰ Morgenstern and von Neumann (1944)
۲۱ Luce and Raiffa (1957)
۲۲ Schelling (1960)
۲۳ Shubik (1982)
۲۴ Moulin (1986)
۲۵ Friederson (1991)
۲۶ Kreps (1990a, Part III)
۲۷ Fundenberge and Tirole (1991a)
۲۸ Myerson (1991)
۲۹ Van Damme (1991)
۳۰ Binmore (1992)
۳۱ Gibbons (1992)
۳۲ Aummann (1985b)
۳۳ Aummann (1987b)

فضای حالت و استنتاجی پرداخته است. کیریپس (۱۹۹۰b)[۳۵] یک بحث روشنگر در مورد بسیاری از مسایل در نظریه بازی‌ها می‌باشد.

به منظور مطالعه شرح کامل نظریه انتخاب عقلانی به کیریپس (۱۹۸۸)[۳۶] مراجعه نمایید.

---

[۳۴] Binmore (1987/88)

[۳۵] Kreps (1990b)

[۳۶] Kreps (1988)